

# Problema: FIB

## Fibonacci representations

CEOI 2018, giorno 2. Memoria disponibile: 256 MB.

16.08.2018

Definiamo la sequenza dei numeri di Fibonacci come:

$$F_1 = 1$$

$$F_2 = 2$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ per } n \geq 3$$

I primi elementi della sequenza sono quindi: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Per un intero positivo  $p$ , definiamo  $X(p)$  come il numero distinto di modi per esprimere  $p$  come somma di numeri di Fibonacci **distinti**.

Due modi sono considerati distinti se esiste un numero di Fibonacci che è presente in solamente uno di essi.

Ti viene data una sequenza di  $n$  numeri interi  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Per un suo prefisso non vuoto  $a_1, a_2, \dots, a_k$ , definiamo  $p_k = F_{a_1} + F_{a_2} + \dots + F_{a_k}$ .

Il tuo compito è di trovare, per tutti  $k = 1, \dots, n$ , i valori di  $X(p_k)$  modulo  $10^9 + 7$ .

## Input

La prima riga dello standard input contiene un intero  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ). La seconda riga contiene  $n$  interi separati da spazio  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

## Output

Lo standard output deve contenere  $n$  righe. La riga  $k$ -esima, dovrà contenere il valore di  $X(p_k)$  modulo  $(10^9+7)$ .

## Esempio

Per il l'input:

4  
4 1 1 5

l'output corretto è:

2  
2  
1  
2

### Spiegazione dell'esempio:

Abbiamo i seguenti valori di  $p_k$ :

$$p_1 = F_4 = 5$$

$$p_2 = F_4 + F_1 = 5 + 1 = 6$$

$$p_3 = F_4 + F_1 + F_1 = 5 + 1 + 1 = 7$$

$$p_4 = F_4 + F_1 + F_1 + F_5 = 5 + 1 + 1 + 8 = 15$$

Il numero 5 può essere espresso in due modi: come  $F_2 + F_3$  e semplicemente come  $F_4$  (che corrispondono a  $2 + 3$  e  $5$ , rispettivamente). Quindi abbiamo che  $X(p_1) = 2$ .

Successivamente abbiamo  $X(p_2) = 2$  poichè  $p_2 = 1 + 5 = 1 + 2 + 3$ .

L'unico modo per esprimere  $7$  come somma di numeri di Fibonacci distinti è  $2 + 5$ .

Infine, il numero  $15$  può essere espresso come  $2 + 13$  e  $2 + 5 + 8$  (cioè in due modi).

## Grading

L'insieme dei test è diviso nei seguenti subtask con limitazioni aggiuntive. I test in ogni subtask consistono in uno o più gruppi di test. Ogni gruppo di test contiene uno o più test case.

Subtask	Limitazioni	Punti
1	$n, a_i \leq 15$	5
2	$n, a_i \leq 100$	20
3	$n \leq 100$ , $a_i$ sono quadrati di numeri naturali distinti	15
4	$n \leq 100$	10
5	$a_i$ sono numeri pari distinti	15
6	nessuna limitazione aggiuntiva	35